# Circonferenza

Luogo dei punti del piano che distano ugualmente da un punto fisso detto centro, tale distanza è il raggio. Dato P(x,y) si ottiene la circonferenza ponendo

$\overline{PC} = r \quad \sqrt{(x - x_c)^2 + (y - y_c)^2} = \sqrt{(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2} = r$ svolgendo i calcoli si ottiene

$(x-\alpha)^2 + (y-\beta)^2 = r^2$ **circonferenza di centro e raggio noti**

$x^2 + y^2 - 2\alpha x - 2\beta y + \alpha^2 + \beta^2 = r^2$ da cui si ottiene $\boxed{x^2 + y^2 + ax + by + c = 0}$ equazione generale ponendo le condizioni

$$\begin{cases} -2\alpha = a \\ -2\beta = b \\ \alpha^2 + \beta^2 - r^2 = c \end{cases} \leftrightarrow \begin{cases} \alpha = -\dfrac{a}{2} \\ \beta = -\dfrac{b}{2} \\ r^2 = \dfrac{a^2}{4} + \dfrac{b^2}{4} - c \end{cases}$$

dove $\frac{a^2}{4} + \frac{b^2}{4} - c \geq 0$ o $\alpha^2 + \beta^2 - c \geq 0$ o $a^2 + b^2 - 4c \geq 0$ cond. Realtà

l'equazione $\boxed{x^2 + y^2 + ax + by + c = 0}$ rappresenta una circonferenza se

- I termini al quadrato hanno lo stesso coefficiente
- Non ci sono termini misti xy
- È verificata la condizione di realtà

**Nota bene** le formule date dai due sistemi sopra si applicano dopo aver riscritto l'equazione in forma normale cioè dopo avr diviso tutto per l'eventuale coefficiente delle incognite al quadrato.

| caso | equazione | Particolare | Note |
|---|---|---|---|
| a=0 | $x^2 + y^2 + by + c = 0$ | Centro sull'asse Y | |
| b=0 | $x^2 + y^2 + ax + c = 0$ | Centro sull'asse X | |
| c=0 | $x^2 + y^2 + ax + by = 0$ | Passa per l'origine | |
| a=0 e b=0 | $x^2 + y^2 + c = 0$ | Ha centro nell'origine e $r = \sqrt{-c}$ | c deve essere negativo |
| a=0 e c=0 | $x^2 + y^2 + by = 0$ | Centro sull'asse Y e passa per l'origine | $r = \lvert y_c \rvert$ |
| b=0 e c=0 | $x^2 + y^2 + ax = 0$ | Centro sull'asse X e passa per l'origine | $r = \lvert x_c \rvert$ |
| a=0,b=0 e c=0 | $x^2 + y^2 = 0$ | Non è una circonferenza | Degenera in un punto |
| $\lvert\alpha\rvert = \lvert\beta\rvert = r$ | $x^2 + y^2 \pm 2rx \pm 2ry + r^2 = 0$ | È tangente ad entrambi gli assi | Il ± mi dice il quadrante |

Posizioni retta circonferenza

| nome e punti comuni | Distanza centro retta | condizione | Sistema retta circonferenza | Condizione |
|---|---|---|---|---|
| Secante<br>2 punti | D(centro, retta) < raggio | $r < \dfrac{\lvert ax_c + by_c + c\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ | $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$<br>$y = mx + q$ | Δ>0 |
| Tangente<br>1 punto (doppio) | D(centro, retta) = raggio | $r = \dfrac{\lvert ax_c + by_c + c\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ | $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$<br>$y = mx + q$ | Δ=0 |
| Esterna<br>0 punti | D(centro, retta) > raggio | $r > \dfrac{\lvert ax_c + by_c + c\rvert}{\sqrt{a^2 + b^2}}$ | $x^2 + y^2 + ax + by + c = 0$<br>$y = mx + q$ | Δ<0 |

Fasci di circonferenze

**Fascio generico** equazione simile ad una circonferenza contenente un parametro: deve avere i coefficienti delle variabili al quadrato **uguali** non deve contenere termini **misti** e deve soddisfare la **condizione di realtà.**

Studio del fascio

**Le generatrici** raccolgo K e individuo le due circonferenze

$$x^2 + y^2 + ax + by + c + k\left(x^2 + y^2 + a_1 x + b_1 y + c_1\right) = 0$$

**asse radicale** $(a - a_1)x + (b - b_1)y + (c - c_1) = 0$ **retta per i punti comuni perpendicolare alla congiungente i centri**

**la retta per i centri è perpendicolare all'asse radicale e passa per un centro** $y - y_c = m_\perp (x - x_c)$

**Punti comuni** soluzione del sistema $\begin{cases} x^2 + y^2 + ax + by + c = 0 \\ x^2 + y^2 + a_1 x + b_1 y + c_1 = 0 \end{cases}$ per differenza trovo l'asse radicale ……

Posso avere:
- 2 punti comuni — passano tutte per quei punti sull'asse radicale
- 1 punto comune — sono tutte tangenti all'asse radicale in quel punto
- nessun punto comune — o sono esterne (c'è l'asse radicale) o concentriche (a=b=numero non ho l'asse radicale)